

DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

MATERIA: Análisis Matemático IV

AÑO: 2005

CARRERA: Ingenierías

PERIODO: 2do. Cuatrimestre

PROFESOR: Claudio Padra

ASISTENTE DE DOCENCIA

OBJETIVOS:

El objetivo principal es extender a funciones con variable compleja, los resultados estudiados en los cursos previos de análisis, donde se analizan funciones con variable real y a valores reales. Los temas principales son: continuidad, derivabilidad y el estudio de integrales de línea. Daremos las herramientas topológicas básicas para comprender el concepto de continuidad. Análizaremos la derivada compleja y sus diferencias con la derivada real (en el plano). Se pondrá énfasis en la caracterización como series de potencias de funciones continuas en un cierto dominio y con derivada en todo el dominio salvo en finitos puntos de él. Se estudiarán las integrales de línea y el cálculo de integrales por el método de los residuos y las principales aplicaciones en la resolución de problemas físicos, tales como el uso de las transformaciones bilineales y las transformadas de Fourier y Laplace. Se verán las principales técnicas de resolución analítica de sistemas de ecuaciones diferenciales y las técnicas básicas de análisis de estabilidad en modelos matemáticos mediante sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.

REQUISITOS: Haber aprobado las materias Análisis Matemático I y Álgebra y Geometría II y tener cursada Análisis Matemático III.

CONTENIDOS MÍNIMOS

- Cálculo diferencial e integral con funciones complejas de variable compleja. Análisis de estabilidad.
- Transformaciones bilineales.
- Transformadas de Laplace y de Fourier.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden no homogéneas con coeficientes constantes.

PROGRAMA SINTETICO

Primera Parte:

1. Números complejos.
2. Funciones de variable compleja. Derivación en el campo complejo. Funciones analíticas.
3. Estudio de las funciones complejas elementales.
4. Transformaciones conformes.
5. Integral compleja

6. Singularidades de funciones analíticas. Series de potencias. Series de Taylor y Laurent. Cálculo de Residuos. Teorema de los residuos. Evaluación de integrales.

Segunda parte:

7. Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias (Sistemas de EDO) lineales de primer orden. Sistemas homogéneos con coeficientes constantes. Método de variación de las constantes. Cálculo de la matriz exponencial usando la forma canónica de Jordan.
8. Estabilidad de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias (Sistemas de EDO) lineales de primer orden con coeficientes constantes. Norma inducida de una matriz. Estabilidad. Primeras definiciones. Estabilidad asintótica. Criterios.
9. Transformada de Laplace. Cálculo de transformadas. Resolución de ecuaciones y sistemas de EDO lineales de orden n . Transformada de Fourier. Aplicaciones.

PROGRAMA ANALITICO

Primera Parte:

1. Números complejos. Repaso de definiciones. Valor absoluto. Desigualdad triangular. Forma binómica y polar. Operaciones y propiedades elementales. Cálculo de potencias y raíces. El plano complejo ampliado. El punto en el infinito. La esfera de Riemann.
2. Funciones de variable compleja. Partes real y partes imaginaria. Límites y continuidad. Derivabilidad en el campo complejo. Funciones analíticas. Ecuaciones de Cauchy Riemann. Funciones armónicas y armónicas conjugadas. Existencia de funciones conjugadas.
3. Funciones elementales. Funciones uniformes y multiformes. La función exponencial. Las funciones circulares e hiperbólicas. Ceros. Propiedades. Inversa de la función exponencial. La función logaritmo. Ramas. Punto de ramificación. Exponentes complejos. Funciones circulares e hiperbólicas inversas.
4. Transformaciones. Homotecias. Rotaciones. Traslaciones. La inversión. La transformación exponencial. La transformación $\sin z$. Transformaciones conformes. La homografía o transformación bilineal.
5. Integración compleja. Integral definida. Ejemplos. Propiedades. El Teorema de Cauchy-Goursat para una región simplemente conexa. Generalización a una región múltiplemente conexa. Índice de una curva respecto de un punto. Integrales indefinidas. La fórmula integral de Cauchy. Derivadas de orden superior de una función analítica. Teoremas de Morera, módulo máximo, Liouville, fundamental del Álgebra.
6. Singularidades de funciones analíticas. Singularidades aisladas. Singularidades evitables, polos y singularidades esenciales. Definiciones y ejemplos. Series de potencias. Convergencia uniforme. Integración y derivación de series de potencias. Series de Taylor y Laurent. Unicidad de la representación. Residuos. Teorema de los residuos. Evaluación de integrales. Aplicación al cálculo de integrales reales impropias y de integrales definidas de funciones trigonométricas.

Segunda Parte:

7. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. Expresión de una EDO de orden n como sistema de EDO lineales de primer orden. Soluciones linealmente independientes. Matrices fundamentales. Condición necesaria y suficiente

para la independencia de soluciones en términos del determinante de la matriz dada por las soluciones. Método de variación de las constantes. Reducción del orden con coeficientes constantes. Matriz exponencial. Cálculo de la matriz exponencial usando la forma canónica de Jordan.

8. Estabilidad de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias (Sistemas de EDO) lineales de primer orden con coeficientes constantes. Norma inducida de una matriz. Estabilidad. Primeras definiciones. Estabilidad asintótica. Criterios.

9. Transformada de Laplace. Definición y propiedades. Cálculo de transformadas y transformada inversa. Resolución de ecuaciones y sistemas de EDO lineales de orden n. Transformada de Fourier. Aplicaciones.

Nota: Se requerirán los conocimientos básicos del Software Mathematica necesarios para llevar a cabo los trabajos prácticos previstos por la cátedra..

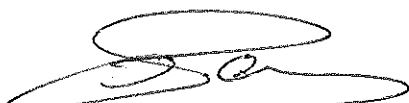
BIBLIOGRAFÍA

Primera Parte: (Por orden alfabético)

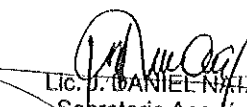
1. Ahlfors Complex Analysis, Mc Graw Hill, 1966.
2. Apostol, Análisis Matemático, Reverté, 1977.
3. Balanzat M., Matemática avanzada para la física, EUDEBA, 1977.
4. Cartan, Teoría elemental de funciones analíticas de una o varias variables complejas, Selecciones Científicas, 1968.
5. Churchill, Brown, Complex variables and applications, Mc Graw Hill (1984).
6. Markusevich Teoría de las funciones analíticas, MIR, 1970.
7. Nieto, Funciones de variable compleja, Serie de Matemática. Monografía 8 OEA, 1968.
8. Polya, Latta Variable compleja, Noriega Limusa, 1976.
9. Rey Pastor, Pi Calleja, Trejo Análisis matemático III, ED. Kapeluz (1959).
10. Weinberger Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con métodos de variable compleja y transformadas integrales Reverté (1970).

Segunda Parte:

1. Rainville, Bedient-Bedient: *Ecuaciones Diferenciales*, Prentice Hall Hispanoamericana, Méjico, 1998.
2. Edwards Jr. C.H. y D. Penney: *Ecuaciones Diferenciales Elementales*, Prentice Hall Hispanoamericana, México, 1993.
3. Abell, M. y J. Braselton: *Differential Equations with Mathematica*, Academic Press. 1998.
4. Simmons: *Ecuaciones Diferenciales*.
5. Coddington E.A.: *Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*, Compañía Editorial Continental, 1968.
6. Coddington E.A. y N. Levinson: *Theory of Ordinary Differential Equations*, John Wiley and Sons, Inc. 1958.


PROFESOR
CLAUDIO PADUA


CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO


LIC. D. DANIEL NAIRNE
Secretario Académico
Centro Regional Universitario Bariloche
UNIVERSIDAD NAC. DEL COMAHUE